



### 1. Razones fundamentales de la trigonometría

$$r^2 = x^2 + y^2 \rightarrow \text{Pitágoras}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{r} ; \quad \cos \alpha = \frac{\text{contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{r} ; \quad \tan \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{contiguo}} = \frac{y}{x}$$

### 2. Razones fundamentales de la trigonometría

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sec^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha$$

$$\operatorname{cosec}^2 \alpha = 1 + \cotan^2 \alpha$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} ; \quad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} ; \quad \cotan \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

### 3. Razones trigonométricas de la suma y diferencia de ángulos

$$\sin (A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$$

$$\sin (A - B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$$

$$\tan (A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B}$$

$$\tan (A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B}$$

### 4. Razones trigonométricas del ángulo doble

$$\sin (2A) = 2 \cdot \sin A \cdot \cos A$$

$$\cos (2A) = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$\tan (2A) = \frac{2 \cdot \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

### 5. Razones trigonométricas del ángulo mitad

$$\sin \left( \frac{A}{2} \right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}} ; \quad \cos \left( \frac{A}{2} \right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}} ; \quad \tan \left( \frac{A}{2} \right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}}$$



### 6. Transformaciones de sumas en productos

$$\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B = 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} B = 2 \cdot \cos \frac{A+B}{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cdot \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \cdot \operatorname{sen} \frac{A+B}{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{A-B}{2}$$

### 7. Transformaciones de productos en sumas

$$\operatorname{sen} A \cdot \cos B = \frac{1}{2} \cdot [\operatorname{sen} (A+B) + \operatorname{sen} (A-B)]$$

$$\cos A \cdot \operatorname{sen} B = \frac{1}{2} \cdot [\operatorname{sen} (A+B) - \operatorname{sen} (A-B)]$$

$$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} \cdot [\cos (A+B) + \cos (A-B)]$$

$$\operatorname{sen} A \cdot \operatorname{sen} B = -\frac{1}{2} \cdot [\cos (A+B) - \cos (A-B)]$$

### 8. Teorema del Seno: R es el radio de la circunferencia circunscrita. Cuando se conocen un lado y su ángulo opuesto y otro dato.

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = 2R$$

### 9. Teorema del Coseno: cuando se conocen 2 lados y el ángulo entre medias

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

### 10. Área de un triángulo cualquiera (no rectángulo)

$$\text{Semiperímetro: } p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\text{Área: } S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$$



$\alpha$		<i>sen</i>	<i>cos</i>	<i>tan</i>	$\alpha$		<i>sen</i>	<i>cos</i>	<i>tan</i>
<i>deg</i> <sup>o</sup>	<i>rad</i>				<i>deg</i> <sup>o</sup>	<i>rad</i>			
0°	0	0	1	0	180°	$\pi$	0	-1	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	210°	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	225°	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	240°	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	<i>No hay</i>	270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	<i>No hay</i>
120°	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	300°	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
135°	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	315°	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
150°	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	330°	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

